Faculty of Science and Technology
Tokushima University

非線形偏微分方程式の比較原理および強比較原理

[キーワード:偏微分方程式，粘性解]　　准教授　大沼　正樹

$\Omega \subset \mathbf{R}^N$ (領域) とする．対象となる非線形楕円型方程式は以下．

$$F(x, Du(x), D^2u(x)) = 0 \quad \text{in} \quad \Omega, \tag{1.1}$$

$$Du = \left(\frac{\partial u}{\partial x_1}, \cdots, \frac{\partial u}{\partial x_N}\right),\ D^2u = \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_j}\right)\ (u\text{ のヘッセ行列 }).$$

$D^2u \in \mathbf{S}^N$ ($N \times N$ 実対象行列全体)

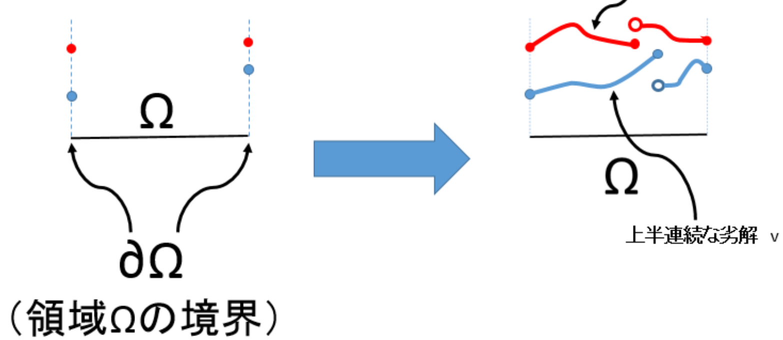
(1.1) の例 (**グラフで表されている曲面の極小曲面方程式**)

$$-\sqrt{1+|Du|^2}\,\mathrm{div}\left(\frac{Du}{\sqrt{1+|Du|^2}}\right) = 0 \quad \text{in} \quad \Omega. \tag{1.2}$$

(1.1) の例 (**平均曲率方程式**) $H \in C^1(\Omega)$:(与えられた関数)

$$\mathrm{div}\left(\frac{Du}{\sqrt{1+|Du|^2}}\right) = NH \quad \text{in} \quad \Omega. \tag{1.3}$$

比較原理(楕円型版)



内容:

　非線形偏微分方程式の解に対して比較原理および強比較原理が成立することを示すことを目指している。対象とする偏微分方程式としては非線形楕円型方程式と非線形放物型方程式である。

　非線形楕円型方程式としては極小曲面方程式、平均曲率方程式、p-ラプラス方程式を含む方程式のクラスを考察している。これらの方程式は良く知られているラプラス方程式とは異なり退化している。また、これらの時間発展版である非線形放物型方程式としては平均曲率流方程式、非等方的曲率流方程式、p-ラプラス拡散方程式を含む方程式のクラスを考察している。これらも、熱伝導方程式と異なり退化している。退化する方程式は、一般に古典解の存在は期待出来ない。そこで、粘性解と呼ばれる弱解を用いてこれらの方程式を研究している。

　『楕円型版』:比較原理とは方程式の半連続劣解と半連続優解が方程式を考察する領域の境界で比較されているときに、領域全体でのその比較が成立するという原理である。

　強比較原理とは方程式の半連続劣解と半連続優解の比較が領域全体で成立し、それらの解が領域の内点で一致するならば、領域全体で劣解と優解は一致するという原理である。

分野:数物系科学

専門:数学

E-mail: ohnuma@tokushima-u.ac.jp

Tel.　088-656-7225

Fax:　088-656-7225