整数論と代数系の応用

[キーワード：代数体，類数，楕円曲線，暗号]　　教授　高橋浩樹

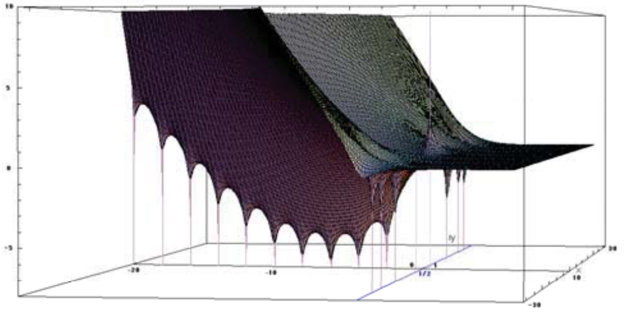


Fig.1　log|ζ(s)|（ζ(s): リーマンゼータ関数）

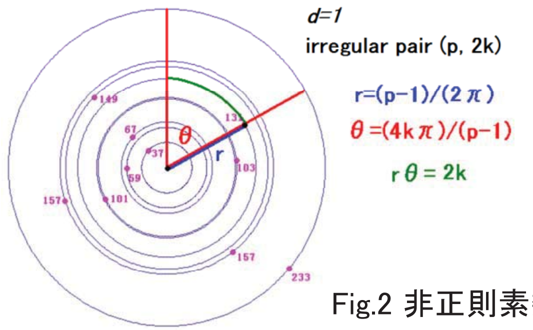


Fig.2 非正則素数および指数

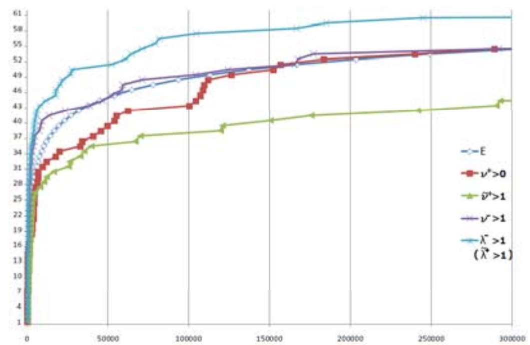


Fig.3 例外的な素数の個数

内容：

代数体のイデアル類群についての研究を進めている．特に実円分体の類数に関する二つの予想，Greenberg予想およびVandiver予想について，計算機を用いながら調査している．さらに，研究対象の代数体や楕円曲線といった代数系は暗号理論とも密接な関係があり，これらの新たな応用についても考察している．

リーマンゼータ関数は多くの数学者に興味を持たれている関数である(cf. Fig.1)．その特殊値は円分体のイデアル類群と深い関係がある(cf. Fig.2)．この深い関係は，実円分体の類数と単数群と円単数群の指数の一致として表現できる．

Greenberg予想は，その差が無限次Zp拡大においても p部分に関しては有界であろうという予想である．さらに，Vandiver予想は，p円分体に限ればp部分は自明であろうという予想である．

これまで，円単数，ガウス和，p進L関数といった数論的特殊元と補助的な素数たちを用いて，これらの予想に取り組んできた．その結果，Greenberg予想が成立する実例や岩澤不変量が例外的な値となる素数たちを計算機を用いて数多く発見することが可能となった(cf. Fig.3)．

分野：数学

専門：代数学

E-mail: hiroki@pm.tokushima-u.ac.jp

Tel.　088-656-7549

Fax:　088-656-7549

HP : http://hiro2.pm.tokushima-u.ac.jp/

薬物動態解析における数値計算法の研究

Faculty of Engineering
The University of Tokushima

[キーワード:ベイズ推定, 非線形最適化]

教授　竹内 敏己

$$S = 2\omega_c^2 \sum_{j=1}^{m} \log c(t_j, \mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{m} \frac{(c_j - c(t_j, \mathbf{x}))^2}{\{c(t_j, \mathbf{x})\}^2} + \omega_c^2 \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i - \mu_i)^2}{\omega_i^2\, \mu_i^2}$$

(a) 非線形最適化における最小化関数

$C(t) = c(t, V_d, V_{max}, K_m)$ ： 血中濃度

$$\begin{cases} \dfrac{dX_a(t)}{dt} = -k_a X_a(t) \\[2ex] \dfrac{dC(t)}{dt} = \dfrac{F\, k_a X_a}{V_d} - \dfrac{V_{max}\, C}{V_d(K_m + C)} \end{cases} \qquad t_i \leqq t < t_{i+1} \qquad (i = 1, 2, \cdots)$$

$$X_a(t_i) = \begin{cases} D_1 \\ D_i + \lim\limits_{t \to t_i - 0} X_a(t) \end{cases} \qquad C(t_i) = \begin{cases} 0 & i = 1 \\ \lim\limits_{t \to t_i - 0} C(t) & i \geqq 2 \end{cases}$$

(b) 薬物血中濃度が従う微分方程式 (フェニトイン)

図 1　薬物動態解析におけるベイズ推定の例

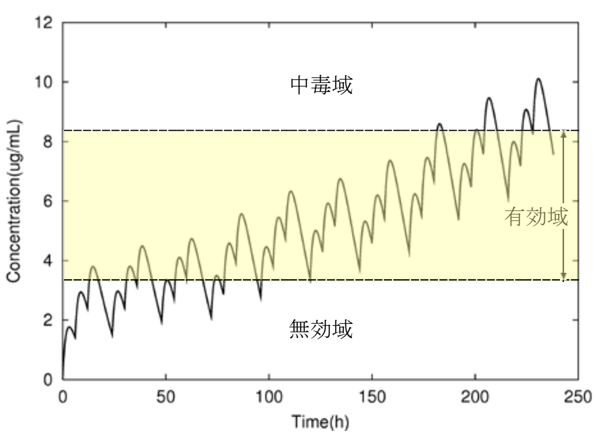


図 2　薬物血中濃度のグラフと有効域の例

内容：

薬物治療において，患者の負担を軽減し治療を迅速に行うために，なるだけ少ない回数のみ薬物血中濃度を測定し，測定結果から患者独自の薬物動態パラメータを推定して適切な投与計画を導き出す薬物動態解析は非常に重要である。薬物パラメータの推定には過去のデータから得られる母集団パラメータを用いたベイズ推定が有効である。ここで用いられる母集団パラメータとは，多くの患者の薬物血中濃度測定値を元に算出された薬物動態パラメータの平均や分散，パラメータ間の相関の強さ，さらに測定誤差を含めた血中濃度の患者内での変動の大きさ等を表す統計値である。母集団パラメータの算出，およびそれらの値を用いたベイズ推定においては，非線形最適化の数値計算が必要となる。このとき，薬剤によっては薬物血中濃度の理論値が非線形微分方程式で与えられる場合もあり，計算過程において微分方程式を高精度で数値計算する必要が生じる。また，最適化の計算においては非線形性が強く，安定して数値解を得ることが困難なケースが多々ある。

そこで，母集団パラメータ算出のための母集団薬物動態解析，および患者独自のパラメータを推定するためのベイズ推定において，常に安定して高精度な数値解を得ることが可能な数値計算法を開発することを目的として研究を行っている。

分野：数学基礎・応用数学

専門：応用数学

E-mail: takeuchi@pm.tokushima-u.ac.jp

Tel.　088-656-7544

Fax:　088-656-7544

イオン2次電池材料のイオン伝導特性に関する研究

[キーワード:イオン2次電池, NMR, イオン伝導]

教授　中村　浩一

Faculty of Engineering
Tokushima University

リチウム遷移金属酸化物を始めとする様々なイオン伝導体

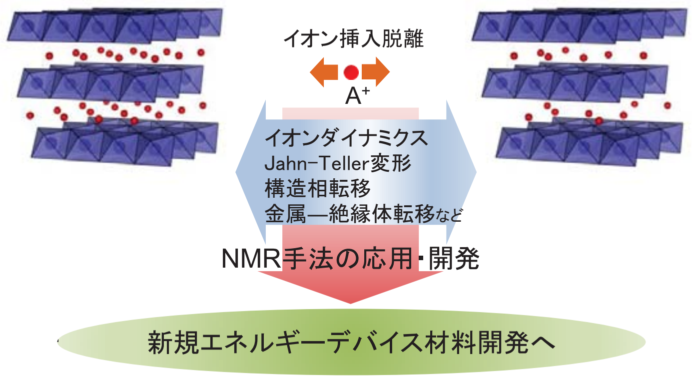
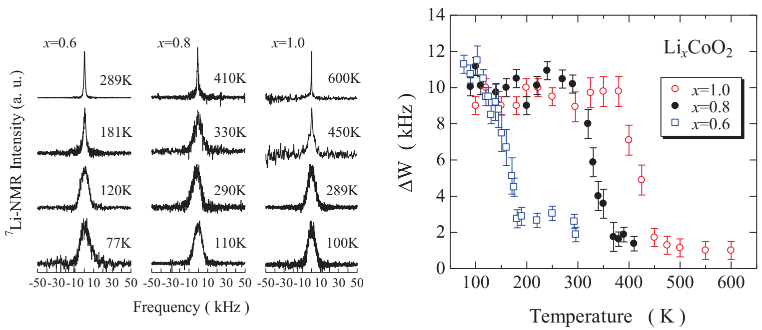


図1. ミクロスコピックな手法を用いたイオン伝導特性の理解に向けた取り組み



(a)^{7}Li−NMRスペクトルの温度変化　(b)スペクトル半値幅の温度変化

図2. Li_xCoO_2における^{7}Li-NMRスペクトルの温度変化[1]

[1] K.Nakamura *et al.*, Solid State Ionics 177(2006)821.

内容:

最近の省エネルギーや環境負荷軽減などの問題解決を図る一つの鍵となるのがリチウムイオン2次電池や燃料電池などに代表される新しいエネルギーデバイス材料の開発である。特に高度に構造が制御された次世代電極材料の開発においては、従来の電気化学的手法だけでは電極反応を十分理解することが難しく、原子レベルでの充放電過程の理解、つまり局所的なイオンダイナミクスの理解が必要になってきている。(図1)

NMR(核磁気共鳴法)は原子核をプローブとしているため局所的なイオンダイナミクスや電子状態を知ることができる有力なツールである。図2に示すように、リチウムイオン2次電池材料である$LiCoO_2$中の可動イオンであるLi核の^{7}Li−NMRスペクトルはリチウム組成や温度により大きく変化するが、これはリチウムイオンの運動状態に依存しており、原子レベルでのイオン運動、すなわちイオン伝導挙動を強く反映している。このように、NMRを用いて原子レベルでのイオン拡散メカニズムについて情報を得ることで、イオン伝導挙動や電気化学特性を微視的に理解することを目指している。

分野:無機材料・物性, 固体イオニクス

専門:固体物性実験

E−mail: koichi@pm.tokushima−u.ac.jp

Tel.　088−656−7577

Fax:　088−656−7577

強相関酸化物における磁性の微視的研究

[キーワード：強相関系，磁性，磁気共鳴]　　准教授　川崎 祐

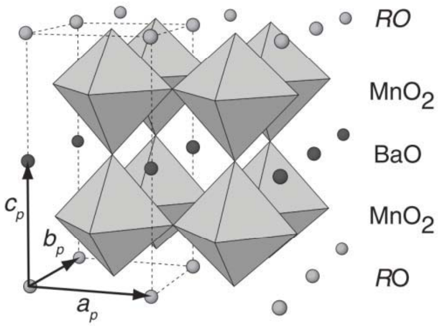


図1 Aサイト秩序型$RBaMn_2O_6$の結晶構造

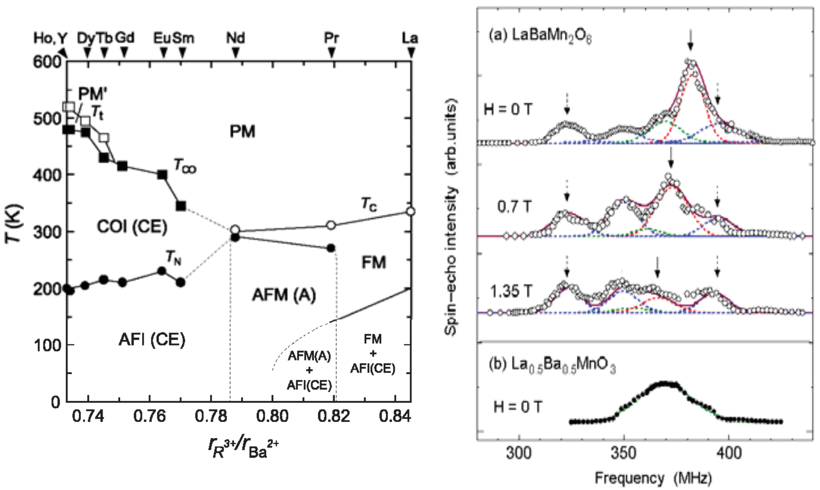


図2 (左) $RBaMn_2O_6$の相図
(右) $LaBaMn_2O_6$の相分離を示すMn-NMRスペクトル

内容：

マンガン酸化物に代表される強相関酸化物は，スピン・電荷・軌道・格子の自由度が絡み合った結果，金属絶縁体転移や電荷軌道整列，電子相分離，それに伴う超巨大磁気抵抗(CMR)など，多彩な物性を示す事から大きな興味が持たれている。また，これらの系は，CMRを利用した次世代磁気ヘッドへの適用が考えられるなど，応用の面でも期待が寄せられている。しかし，その複雑な物性の発現機構は明らかになっていない部分が多い。

そこで，我々はその多彩な物性の発現機構を明らかにするため，微視的な観点からその磁気的性質の研究を行っている。一例として，マンガン酸化物におけるカチオンランダムネス効果の研究がある。この研究では，Aサイトにおいて2種類のカチオンが秩序化したマンガン酸化物（図1）について，その磁気的性質をNMRやμSRにより明らかにし，カチオンのランダムネスが物性に及ぼす影響を調べている（図2）。

分野: 物性II

専門: 物性物理

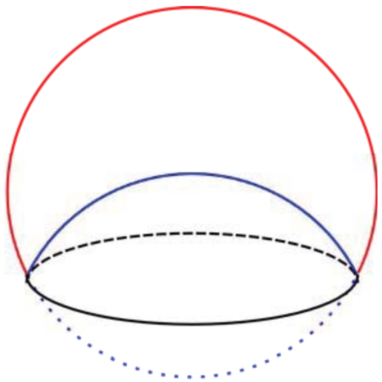
E-mail: kawasaki.yu@tokushima-u.ac.jp

Tel : 088-656-9878

Fax: 088-656-9878

非線形偏微分方程式

[パレ・スメール条件、バーガース方程式]　准教授 香田 温人



内容：

　研究内容の一つは楕円型偏微分方程式である。平均曲率が定数である曲面のパラメトリックな表示式は重要な例であり、それは最小解、これは安定である、の他にもう一つの大きな解を持つことが知られている。

この方程式が第三の解を持つかどうかは興味深い問題である。

もう一つの研究内容は双曲型の保存則系である。これはバーガース方程式などが例になるがこの方程式の解は非連続性を持つことが知られている。非線形性のために超関数的な解などの現代的な手法は使えないのでより直接的に、例えば測度論的に扱う必要がある。現在知られている存在定理は非常に制限的な条件が必要なのでこれを緩くすることは重要である

分野：数学解析

専門：微分方程式

E-mail: kohda@pm.tokushima-u.ac.jp

Tel.　088-656-7546

HP : http://math0.pm.tokushima-u.ac.jp/lec-k/

保型形式の明示的研究

[キーワード:モジュラー形式, ディリクレ級数]　准教授　水野義紀

$\{A(T)\}$ ： 数列

↓↑

$$F(Z) = \sum_T A(T) e^{2\pi i\, tr(TZ)}$$

： フーリエ級数

（モジュラー形式）

↓↑

$$D(s) = \sum_T \frac{A(T)}{|T|^s}$$

： ディリクレ級数

（解析接続・関数等式）

予期しない相互補完的な新しい応用は？

内容：

対象

モジュラー形式と、それに付随するディリクレ級数について研究を行っている。相互補完・相互関係といった交錯部分に強く興味がある。

動機

フーリエ係数、ディリクレ係数についての算術的興味が根源にある。結局のところ、様々に役立つモジュラー形式について、多様に理解を深めたい。

セールスポイント

（1）可能な限り明示的に計算しきることを目指す

（2）解析学（積分変換・特殊関数論・調和解析など）の算術研究への応用

（3）高次元化も考慮

（4）アイゼンシュタイン級数に対する親しみと、有効利用

分野：代数学

専門：整数論

E-mail: mizuno@pm.tokushima-u.ac.jp

Tel.　088-656-7542

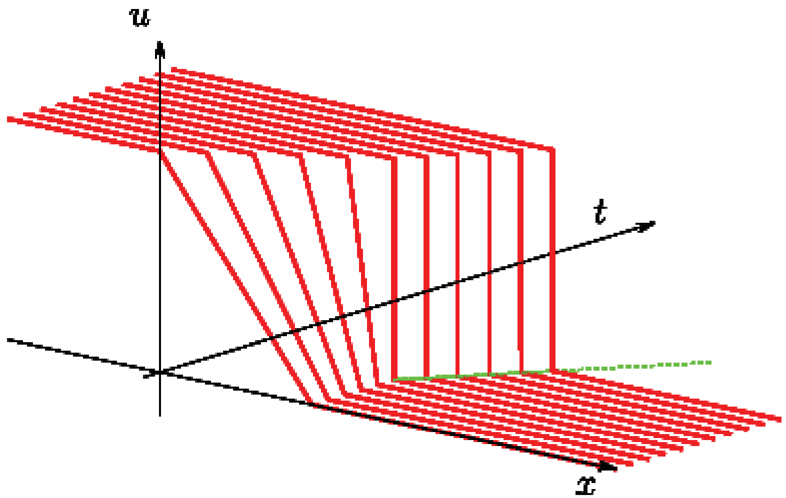
Fax:

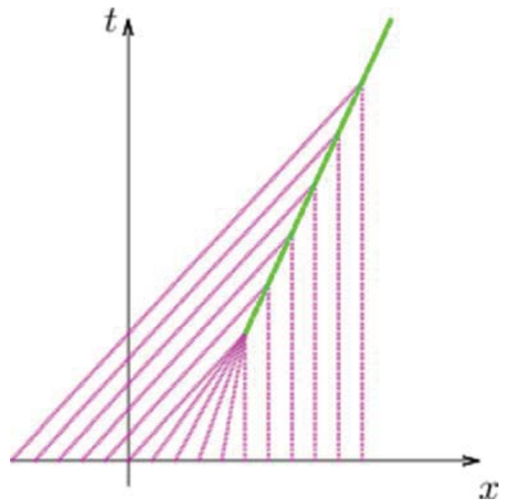
http://pub2.db.tokushima-u.ac.jp/ERD/person/186508/profile-ja.html

双曲型保存則系の可解性

［キーワード：微分方程式，保存則］　講師　岡本邦也

Faculty of Engineering
Tokushima University





一階準線形偏微分方程式系で記述される双曲型保存則系は，古くから研究されている。この方程式の特徴は，時間平滑化効果を持たないことのみならず，たとえ初期データが滑らかであっても，解は有限時間内に滑らかさを失う可能性をもつことにある。そのため，解の微分を広い意味に解釈した「弱解」と呼ばれる概念を導入し，所謂「衝撃波」のような不連続な関数をも許容する広いクラスにおいて可解性を考察する必要性が生じる。単独方程式の場合とは異なり，現在に至るまで保存則系の場合の可解性は未だ十分には確立されておらず，初期値が定常状態に十分に近いという強い制約の下に弱解が得られているに過ぎない。我々は，初期データが激しく振動する関数でその全変動量が小さくないような場合にも，Glimm型の相互作用評価の観点から，近似可解性並びに弱解の安定性について研究している。

分野：解析学基礎
専門：微分方程式論

E-mail: okamoto@pm.tokushima-u.ac.jp
Tel. 088-656-9441
Fax: 088-656-9441
HP :